

# Avis de Soutenance

Monsieur Chao XU

Mathématiques

Soutiendra publiquement ses travaux de thèse intitulés  
*Combinatoire des  $(p,q)$ -analogues des polynômes eulériens de type bi-Stirling*

Travaux dirigés par Monsieur Jiang ZENG

Soutenance prévue le **vendredi 03 juillet 2026** à 14h00

Lieu : Université Lyon 1, Bâtiment Jean Braconnier - salle 112 au 21 avenue Claude Bernard à  
Villeurbanne.

## Composition du jury proposé

M. Jiang ZENG	Professeur émérite	Université Lyon 1	Directeur de thèse
M. Guo-Niu HAN	Chargé de recherche	CNRS Strasbourg	Rapporteur
Mme Sylvie CORTEEL	Directrice de recherche	CNRS Paris	Rapporteuse
M. Julien ROQUES	Professeur des universités	Université Lyon 1	Examineur
Mme Viviane PONS	Maître de conférences	Université Paris-Saclay	Examinatrice
M. Frédéric JOUHET	Université Lyon 1	Invité	
M. Philippe NADEAU	CNRS Lyon	Invité	

**Mots-clés :** polynômes eulériens, gamma-positivité, statistiques sur les permutations, fractions continues,  $(p,q)$ -analogues, groupes de Coxeter

## Résumé :

Cette thèse porte sur les polynômes eulériens généralisés et les statistiques de permutations. Nous introduisons d'abord une généralisation à neuf variables des polynômes eulériens, définie à partir de statistiques de descentes, et nous établissons une formule de connexion avec les polynômes eulériens cycliques  $((\alpha, t))$  de Carlitz et Scoville. On en déduit des fonctions génératrices exponentielles explicites ainsi que plusieurs développements  $(\gamma)$ -positifs, accompagnés d'une interprétation combinatoire des  $(\gamma)$ -vecteurs normalisés en termes de permutations web, ou, de manière équivalente, de permutations d'Andr'e cycliques. Nous établissons ensuite des développements en fractions continues de type Jacobi pour des  $((p, q))$ -analogues de polynômes eulériens généralisés, où  $((p, q))$  encode soit les motifs vinculaire  $((31!-!2,,2!-!13))$ , soit les statistiques de croisements et d'emboîtements. Ces développements conduisent à de nouveaux résultats sur la positivité totale et la  $(\gamma)$ -positivité. De plus, nous donnons une interprétation combinatoire d'une sous-famille des nombres eulériens remixed introduits par Nadeau et Tewari, en les réalisant comme des polynômes générateurs suivant les minima de gauche à droite, les minima de droite à gauche, les descentes et un indice majeur mixte. Ces polynômes généralisent simultanément les polynômes bi-Stirling--eulériens de Carlitz--Scoville et les polynômes de Stirling--Euler--Mahoniens de Butler. Enfin, des fonctions génératrices sont obtenues pour des statistiques

raffinées de descentes selon la parité sur les permutations colorées  $(G(r,n))$ , ce qui étend et unifie des résultats concernant les types de Coxeter classiques et permet d'évaluer les polynômes de descentes alternées signées en termes de polynômes eulériens.

**Summary:**

This thesis studies generalized Eulerian-type polynomials and permutation statistics. We first introduce a nine-variable descent-based generalization of Eulerian polynomials and establish a connection formula with the cycle  $((\alpha,t))$ -Eulerian polynomials of Carlitz and Scoville. As consequences, explicit exponential generating functions and several  $(\gamma)$ -positive expansions are obtained, together with a combinatorial interpretation of normalized  $(\gamma)$ -vectors in terms of web, equivalently cycle Andr'e permutations. Next, we establish Jacobi-type continued fraction expansions for  $((p,q))$ -analogs of generalized Eulerian polynomials, where  $((p,q))$  record either the vincular patterns  $((31!-!2,,2!-!13))$  or the crossing and nesting statistics. These expansions yield new results on total positivity and  $(\gamma)$ -positivity. In addition, we provide a combinatorial interpretation of a subfamily of remixed Eulerian numbers introduced by Nadeau and Tewari as generating polynomials tracking left-to-right minima, right-to-left minima, descents, and a mixed major index. These polynomial simultaneously generalize the bi-Stirling--Eulerian polynomials of Carlitz--Scoville and the Stirling--Euler--Mahonian polynomials of Butler. Finally, generating functions are derived for refined descent-parity statistics on colored permutations  $(G(r,n))$ , extending and unifying results for classical Coxeter types and yielding evaluations of signed alternating descent polynomials in terms of Eulerian polynomials.